

Пример. Однородный горизонтальный диск радиусом R и силой тяжести P может вращаться без трения вокруг вертикальной оси. Как изменится угловая скорость диска, если первоначально стоящий на диске на расстоянии r от его оси человек с силой тяжести P_1 пойдет по окружности радиусом r по диску с относительной скоростью v (рис. 52)?

Решение. Пусть угловая скорость диска вначале была ω_0 , а потом вследствие движения человека по диску стала ω . Так как внешние силы для системы, состоящей из человека и диска, параллельны оси Oz (силы тяжести \bar{P} и \bar{P}_1) или ее пересекают (реакции \bar{R}_A и \bar{R}_B), то

$$\sum M_z(\bar{F}_k^e) = 0$$

и, следовательно,

$$K_z = \text{const.}$$

Составим K_z для двух моментов времени и приравняем друг другу. В начальный момент, когда человек стоит, кинетический момент системы определяется как

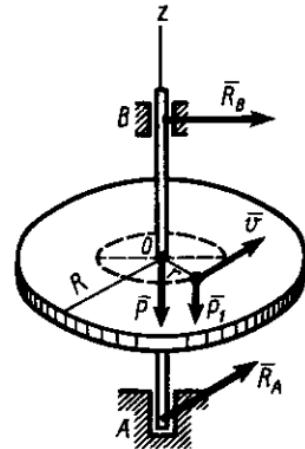


Рис. 52

313

$$K_z = J_z \omega_0 + \frac{P_1}{g} r^2 \omega_0.$$

После того как человек пойдет по диску, его кинетический момент станет равным кинетическому моменту от вращения вместе с диском плюс кинетический момент от относительного движения по диску, если человек идет в сторону вращения диска, т. е.

$$K_z = J_z \omega + \frac{P_1}{g} r^2 \omega + \frac{P_1}{g} r v.$$

Приравнивая полученные выражения кинетических моментов, получаем

$$J_z \omega + \frac{P_1}{g} r^2 \omega + \frac{P_1}{g} r v = J_z \omega_0 + \frac{P_1}{g} r^2 \omega_0.$$

Отсюда

$$\omega = \frac{(J_z g + P_1 r^2) \omega_0 - P_1 r v}{J_z g + P_1 r^2}.$$

Для однородного диска

$$J_z = \frac{P}{g} \cdot \frac{R^2}{2}.$$

Поэтому угловая скорость

$$\omega = \frac{(PR^2 + 2P_1r^2)\omega_0 - 2P_1rv}{PR^2 + 2P_1r^2}.$$

Угловая скорость диска от движения по нему человека уменьшилась на $2P_1rv/(PR^2 + 2P_1r^2)$. Если вместо диска рассматривать земной шар, то движение по нему материальных объектов (воздуха, течения воды и т. д.), которые имеют не равную нулю проекцию скорости на касательную к параллелям, вызовет изменение угловой скорости вращения Земли. Она уменьшится, если проекции скорости положительны для направления по вращению земного шара, и увеличится, если против вращения.